

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 26 NOVEMBRE 1917.

PRÉSIDENTE DE M. CAMILLE JORDAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur le développement, en fraction continue de Stephen Smith, des irrationnelles quadratiques.* Note de M. G. HUMBERT.

9. Cette Note fait suite à celle du précédent *Compte rendu* ⁽¹⁾.

Reprenons le Tableau des périodes normales, dans les développements de Smith des irrationnelles *associées*, ω, ω', \dots dont la première est racine positive de la forme (a, b, c) , de déterminant D :

$$(T) \quad \begin{cases} 2a_1^{\varepsilon_1} & 2a_2^{\varepsilon_2} & \dots & 2a_n^{\varepsilon_n}, \\ 2a_1'^{\varepsilon_1'} & 2a_2'^{\varepsilon_2'} & \dots & 2a_n'^{\varepsilon_n'}, \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{cases}$$

Le nombre des lignes de (T) est 3, 2 ou 1.

D'autre part, ω, ω', \dots , qui sont modulairement équivalents, donnent lieu, si on les développe en fraction continue ordinaire, à une même période normale, que nous appellerons *période ordinaire* : ce sera la période minima si celle-ci a un nombre pair de termes, ou cette période répétée deux fois, dans le cas contraire.

Soient ainsi

$$A_1, -A_2, \dots, A_v, \quad (v \text{ pair})$$

les quotients incomplets (positifs) de la période ordinaire de ω .

10. *Formules relatives aux A_i .* — En premier lieu, il résulte aisément de

⁽¹⁾ *Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 689.

A la page 693, ligne 8 en remontant, au lieu de : Σ_1 , lire : Σ_1 .

la Note précédente qu'on a

$$(4) \quad \nu = N(+),$$

$N(+)$ et $N(-)$ désignant toujours les nombres des $\varepsilon_i, \varepsilon'_i, \dots$, égaux respectivement à $+1$ et -1 dans (T).

Ensuite, j'ai établi ⁽¹⁾ que la somme, ΣA_i , des A_i , est égale au nombre des formes (α, β, γ) , équivalentes à (a, b, c) , et dont la demi-circonférence représentative coupe, dans le demi-plan, les deux droites $x = 0$ et $x = 1$.

Or, pour une telle forme (α, β, γ) , deux cas sont possibles :

1° La demi-circonférence de (α, β, γ) coupe $x = -1$: alors (α, β, γ) est une réduite ou semi-réduite *secondaire* (mod 2), équivalente à (a, b, c) , donc appartenant à une des sous-classes C' , en lesquelles se partage, relativement au groupe Γ , la classe ordinaire C , déterminée par (a, b, c) . Le nombre des (α, β, γ) correspondantes est donc, en vertu de la dernière Note, égal à $\Sigma(a_i - 1)$, la somme portant sur les $2a_i, 2a'_i, \dots$ du Tableau (T).

2° La demi-circonférence de (α, β, γ) coupe Ox entre les points d'abscisses -1 et 0 : alors (α, β, γ) est ce que, dans la dernière Note, j'ai appelé une R_i ; et (*ibid.*) ces (α, β, γ) sont en nombre $N(+)$.

De là, résulte immédiatement la formule

$$(5) \quad \Sigma A_i = \Sigma(a_i - 1) + N(+),$$

qui, en vertu de (4), s'écrit

$$(6) \quad \Sigma(A_i - 1) = \Sigma(a_i - 1).$$

En combinant (5) et (6) avec les formules (2) et (3) de la Note précédente, on trouve

$$(7) \quad \Sigma A_i = N(-),$$

$$(8) \quad \Sigma A_i = \frac{1}{2} \Sigma a_i.$$

Ce sont là des relations intéressantes entre les A_i et les éléments du Tableau (T), c'est-à-dire entre la *période ordinaire* de ω et les *périodes normales* de ω et de ses associées, dans leurs *développements de Smith*.

11. *Formation des A_i à partir de (T).* — On peut aller plus loin et déduire *individuellement* les A_i des éléments du Tableau (T).

(1) *Journ. de Math.*, 7^e série, t. 2, p. 126.

Supposons, en effet, ce qui ne diminue pas la généralité, qu'on ait choisi les ω, ω', \dots , de manière que leurs développements de Smith soient simplement périodiques; on peut même avoir choisi ω [c'est-à-dire la forme (a, b, c) dans sa classe C], de manière que son développement en fraction continue ordinaire soit simplement périodique, ce qui entraîne la même propriété pour le développement de Smith.

Considérons maintenant une des lignes de (T) où l'un des ε soit $+1$; supposons, par exemple, que ce soit la première, et que $\varepsilon_h = +1$. La période normale de ω est ainsi

$$2a_1^{\varepsilon_1} 2a_2^{\varepsilon_2} \dots 2a_h^{\varepsilon_h} 2a_{h+1}^{\varepsilon_{h+1}} \dots 2a_n^{\varepsilon_n}, \quad (\varepsilon_h = 1).$$

Posons

$$\omega_h = 2a_{h+1} + \frac{\varepsilon_{h+1}}{2a_{h+2} + \dots} + \frac{\varepsilon_{n-1}}{2a_n + \frac{\varepsilon_n}{2a_1 + \dots} + \frac{\varepsilon_{h-1}}{2a_h + \frac{\varepsilon_h}{2a_{h+1} + \dots}}}$$

Cette quantité (positive) ω_h est ainsi définie par un développement de Smith simplement périodique; on en conclut de suite l'équation

$$\omega_h = \frac{p\omega_h + \varepsilon_h p'}{q\omega_h + \varepsilon_h q'},$$

$p:q$ désignant la fraction indéfinie ci-dessus, arrêtée au terme $\varepsilon_{h-1}:2a_h$, inclusivement, et $p':q'$ la fraction arrêtée au terme précédent. Les p, \dots, q' étant positifs et ε_h étant $+1$, on voit que ω_h est racine d'une équation $\alpha z^2 + \beta z + \gamma = 0$, où $\alpha > 0, \gamma < 0$, en sorte que la seconde racine est négative. Cette seconde racine est d'ailleurs entre -1 et $+1$ (Note précédente, n° 4); puisque le développement de ω_h est simplement périodique: il en résulte que le développement ordinaire de ω_h sera aussi simplement périodique. Donc, il commencera par

$$2a_{h+1} \quad \text{si} \quad \varepsilon_{h+1} = +1$$

et par

$$2a_{h+1} - 1 \quad \text{si} \quad \varepsilon_{h+1} = -1.$$

D'autre part, ω_h est un des quotients complets du développement de Smith pour ω ; donc, évidemment, $\pm \omega_h$ équivaut modulairement à ω : le développement en fraction continue ordinaire de ω_h a donc la même période que celui de ω ; et, puisqu'on connaît le premier terme de la période de ω_h (à savoir $2a_{h+1}$ ou $2a_{h+1} - 1$), on connaît, par là même, un des A_i .

Le même raisonnement s'applique à toute autre ligne de (T), dans laquelle figure un signe +, et fournit aussi un terme A_i , puisque ω' , ... donnent lieu à la même période ordinaire que ω .

De là la règle suivante :

Soit, dans la période normale de Smith pour ω ou pour l'un de ses associés, un signe +, suivi du terme $2m$, suivi lui-même de η , ($\eta = \pm 1$),

$$\dots + 2m\eta \dots$$

Il y a, dans la période ordinaire de ω , un terme A_i égal à $2m + \frac{\eta - 1}{2}$.

La réciproque s'établit de même, c'est-à-dire que, par cette règle, on obtient tous les A_i .

D'ailleurs, le nombre des A_i que donne la règle est égal à celui des signes + dans (T), donc à $N(+)$, qui est aussi, on le sait, le nombre effectif des A_i .

On saura donc, en partant du Tableau (T), former les A_i .

12. Une proposition du même genre se déduit immédiatement de la précédente. Si, en effet, on substitue à ω , ω' , ... les irrationnelles conjuguées, celles-ci forment encore un groupe de nombres associés; d'autre part, les périodes normales qui leur correspondent sont celles de (T) retournées; de même il faut retourner la période ordinaire (celle des A_i), et, par suite :

Soit, dans la période normale de Smith pour ω ou pour l'un de ses associés, un signe +, précédé du terme $2h$, précédé lui-même de ε , ($\varepsilon = \pm 1$),

$$\dots \varepsilon 2h + \dots$$

Il y a, dans la période ordinaire de ω , un terme A_i égal à $2h + \frac{\varepsilon - 1}{2}$. Et tous les A_i s'obtiennent ainsi.

13. Les règles des nos 11 et 12 expliquent la fréquence des quotients incomplets 1 et 2 dans les périodes des fractions continues ordinaires qui représentent les irrationnelles quadratiques : en effet, (T) contient nécessairement des termes, $2a_i$, égaux à 2 (Note précédente), et il suffit que, dans sa ligne, un de ces termes soit précédé ou suivi d'un signe +, pour qu'il y ait, parmi les A_i , un terme 2 ou 1.

14. *Exemples.* — Observons d'une manière générale que, si ω a un seul associé, on pourra prendre pour celui-ci $\omega' = \omega + 1$; s'il en a deux, outre ω' , on prendra $\omega'' = \frac{\omega - 1}{\omega}$.

Premier exemple. — $(a, b, c) = (1, -3, -6)$; ordre propre; $D = 15$; dans $t_0^2 - 15u_0^2 = 1$, on a u_0 impair ($u_0 = 1$); donc ω , ou $3 + \sqrt{15}$, n'a que l'associé $\omega' = 4 + \sqrt{15}$.

La période ordinaire, pour ω et ω' , est 6, 1; les périodes normales de Smith sont respectivement

$$6^+ 2^- 2^- 2^- 2^- 2^- 2^+ \text{ et } 8^-.$$

On vérifie de suite (2), (3), (6), (7), (8), car

$$N(+)=2, \quad N(-)=7, \quad \Sigma a_i=14, \quad \Sigma(a_i-1)=5, \quad \Sigma(a_i-2)=-4, \\ \Sigma A_i=7, \quad \Sigma(A_i-1)=5.$$

Pour la formation individuelle des A_i , par la règle du n° 11, la première période de Smith donne les nombres 1 et 6, car le dernier terme 2^+ doit être considéré comme suivi du premier, 6^+ ; la seconde période ne donne rien puisqu'elle ne renferme pas de signe +. On a bien trouvé ainsi les termes, 1 et 6, de la période ordinaire.

Deuxième exemple. — $(a, b, c) = (1, -4, +3)$; ordre propre, $D = 13$; u_0 pair, d'après les Tables; donc $\omega = 4 + \sqrt{13}$ a deux associés, $\omega' = 3 + \sqrt{13}$; $\omega'' = \frac{-1 + \sqrt{13}}{3}$, qui équivaut, dans Γ , à $\frac{5 + \sqrt{13}}{3}$. La période ordinaire est 6, 1, 1, 1, 1, 6, 1, 1, 1, 1 (période minima doublée); les périodes normales, pour ω , ω' , ω'' , sont respectivement

$$8^- 2^+ 2^- 8^- 2^+ 2^-; \dots \text{ (période minima doublée),}$$

$$6^+ 2^- 2^+ 2^- 2^- 2^- 2^- 2^- 2^+ 2^- 2^+;$$

$$2^+ 2^- 2^- 2^- 2^- 2^- 2^- 2^+ 2^- 2^+ 6^+ 2^-;$$

qui est la même que la précédente, à une permutation circulaire près; cela tient ici à ce que (a, b, c) équivaut à $-(a, b, c)$.

On vérifie encore les relations (2), ..., (8); par exemple on a bien

$$2 \Sigma A_i = \Sigma a_i, \quad \text{ou} \quad 2 \cdot 20 = 12 + 14 + 14; \text{ etc.}$$

De même, par la Règle du n° 12, la première période de Smith donne, pour les A_i , les termes 1, 1; la seconde, 6, 1, 1, 1; la troisième 1, 1, 1, 6; d'où l'ensemble exact des A_i .

Troisième exemple. — $(a, b, c) = (2, -5, -6)$; ordre impropre $D = 37$; dans la solution minimum de $t^2 - 37u^2 = 4$, u_1 est pair ($u_1 = 24$), et ω a deux associés

$$\omega = \frac{5 + \sqrt{37}}{2}, \quad \omega' = \omega + 1 = \frac{7 + \sqrt{37}}{2}, \quad \omega'' = \frac{-1}{\omega'} + 3 = \frac{11 + \sqrt{37}}{6}.$$

La période ordinaire de ω est 5, 1, 1, 5, 1, 1 (période *minima* doublée); les périodes normales de Smith sont respectivement, pour $\omega, \omega', \omega''$,

$$\begin{array}{ccccccc} 6^- & 2^+ & 6^- & 2^+ & & & \\ & 6^+ & 2^- & 6^+ & 2^- & & \\ 2^+ & 2^- & 2^- & 2^- & 2^- & 2^+ & 2^- & 2^- & 2^- & 2^- \end{array};$$

on a également doublé les périodes *minima*, qui présentaient chacune un nombre impair de $-$; d'ailleurs, on devait le faire *a priori*, puisque $t^2 - 37u^2 = -1$ est soluble en nombres entiers (n° 3).

Toutes les vérifications se font encore ici.

Quatrième exemple. — $(a, b, c) = (2, -1, -2)$; ordre impropre; $D = 5$; u_1 est impair ($t^2 - 5u^2 = 4$ donne en effet $u_1 = 1, t_1 = 3$); donc $\omega = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ n'a pas d'associé.

La période ordinaire de ω est 1, 1; la période normale de Smith est $2^- 2^+ 2^- 2^+$. Elle conduit bien aux termes 1 et 1 pour la période ordinaire.

CHIMIE INDUSTRIELLE. — La fabrication des briques de silice.

Note de MM. H. LE CHATELIER et B. BOGITCH.

Au cours d'études antérieures, nous avons cherché à définir par des mesures précises quelques-uns des facteurs qui entrent en jeu dans la fabrication et l'emploi des briques de silice pour fours d'aciéries. Nous avons fait connaître les conditions de transformation des différentes variétés de silice l'une dans l'autre (*Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 948) et la variation de résistance mécanique des briques de silice en fonction de la température (*Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 218). Nous nous proposons d'étudier aujourd'hui un facteur non moins important de la qualité de ces produits : la constitution physique et chimique de la pâte soumise à la cuisson.

Rappelons d'abord les règles généralement admises pour la fabrication

de ces briques. On emploie des quartz ne renfermant pas plus de 3 pour 100 d'oxydes basiques (fer, alumine et alcalis), additionnés de 2 pour 100 de chaux éteinte, de façon à obtenir finalement une brique ne renfermant pas plus de 5 pour 100 d'impuretés. Au delà de ce chiffre, la brique deviendrait trop fusible pour être employée dans les fours d'aciéries, où elle doit supporter couramment une température de 1700° .

Nous étudierons successivement :

- 1° La composition granulométrique du mélange;
- 2° L'état chimique de la silice;
- 3° La nature des oxydes fondants employés comme liants.

Composition granulométrique. — C'est un usage général de faire entrer dans la composition de la pâte une certaine proportion de gros grains, atteignant parfois jusqu'à 10^{mm} . Cette pratique, d'origine purement empirique, a en fait pour objet d'empêcher la propagation des fentes qui tendent à s'amorcer pendant la cuisson et se propageraient trop facilement dans une pâte à grains fins et homogène. Il faut, pour les arrêter, des obstacles disséminés dans la masse. Ces gros grains jouent le même rôle que les trous que l'on perce dans les vitres pour arrêter le développement accidentel d'une fente. Par contre, le gonflement, qui accompagne la transformation du quartz en silice à faible densité, tend à provoquer des fentes d'autant plus facilement, que les grains sont plus gros. Il y a donc un juste milieu à garder; la dimension de 5^{mm} semble dans tous les cas suffisante.

Il est indispensable d'autre part d'avoir dans la pâte une forte proportion de quartz impalpable. C'est là une condition trop souvent méconnue. Nous avons été conduits à cette conclusion, il y a déjà plus d'un an, au cours d'études entreprises par l'un de nous, en collaboration avec M. Bied, ingénieur aux usines du Teil. Nous avons signalé ce résultat dans notre dernière étude sur les propriétés réfractaires de la silice (*Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 222). Nous disions : « La recristallisation de la silice sera d'autant plus rapide, toutes choses égales d'ailleurs, qu'il y aura dans le mélange soumis à la cuisson plus de quartz fin et même très fin. »

Donnons d'abord les raisons théoriques qui ont été le point de départ de nos expériences actuelles. Comme nous l'avons indiqué précédemment, la solidité à haute température des briques de silice est due à la formation d'un réseau de tridymite qui résulte de la dissolution passagère du quartz, suivie bientôt de la cristallisation de tridymite moins soluble. Le magma visqueux dans lequel se fait cette dissolution n'attaque que très lentement et sur une faible épaisseur les grains de quartz.

L'examen de lames minces découpées dans les briques montre que, dans les conditions habituelles de cuisson, cette dissolution ne se produit guère sur une épaisseur de plus de $\frac{1}{100}$ de millimètre. Les grains de moins de $0^{\text{mm}},03$ se dissoudront seuls complètement et seront les éléments les plus actifs de la formation du réseau. Les parties arrêtées par le tamis n° 200, de 4900 mailles au centimètre carré, avec ouverture de mailles de $0^{\text{mm}},05$, resteraient à peu près inactives. Il est d'ailleurs nécessaire que dès la première cuisson de la brique, vers 1400° , ce réseau soit déjà très développé, car aux températures plus élevées des fours à aciers, voisines de 1700° , il se dissoudra partiellement dans le magma en raison de la solubilité croissante de la silice avec la température. Si, par exemple, ce réseau ne représente que 10 pour 100 de la quantité totale de silice, les 2 pour 100 de chaux ajoutée feront 20 pour 100 de son poids et suffiront pour le faire fondre complètement. Les gros grains de silice nageront alors dans un verre plus ou moins liquide et la brique aura perdu toute solidité, elle s'écoulera tout entière sous son propre poids, en formant une matière granuleuse semi-plastique. C'est là un accident qui s'observe parfois dans la voûte des fours d'aciéries, quand la proportion de fin employée dans la fabrication des briques a été insuffisante.

Si ce raisonnement suffit pour établir la nécessité de l'impalpable, des expériences directes étaient indispensables pour en fixer la proportion convenable. Nous avons préparé au laboratoire de petites briquettes, en prenant comme impalpables des *slimes* de mines d'or débarrassées de la majeure partie de leurs impuretés par un lavage à l'acide et, comme grains plus gros, un quartzite de facile transformation par la chaleur, écrasé par un concasseur à mâchoires de laboratoire. Le produit était passé à travers un tamis de quatre mailles au centimètre carré, de telle sorte que les plus gros grains pouvaient avoir 4^{mm} de côté. On y laissait toutes les grosseurs plus fines produites en même temps par le concassage, jusqu'à une petite quantité d'impalpable qui venait s'ajouter aux *slimes*. L'addition de chaux a été de 2 pour 100 et le moulage effectué à la main. La cuisson a été faite dans un four industriel, cuisant la brique de silice en 5 jours et arrêtant le feu sur la montre 19, théoriquement 1500° , en réalité à une température comprise entre 1400° et 1450° , l'écart entre le point de fusion des montres dans les cuissons lentes et leur fusion rapide dans les expériences de graduation variant de 50° à 100° .

A cette série faite avec les *slimes*, comme impalpable, nous avons comparé des briquettes de composition tout à fait semblables, moulées et cuites dans des conditions identiques, différant seulement des précédentes par la

substitution aux slimes de poussière de quartz assez fine, mais non impalpables, obtenue par le tamisage au tamis 100 des parties les plus fines provenant du concassage des quartzites donnant la partie grossière du mélange. Autrement dit, on a remplacé des grains de l'ordre de grandeur du $\frac{1}{100}$ de millimètre par des grains de l'ordre de grandeur du $\frac{1}{10}$ de millimètre.

Voici les résultats :

Composition des mélanges.	Gonflement linéaire pour 100.	Densité		Résistance en kilos		
		apparente.	vraie.	à froid		à 1600°.
75 quartzite cru.....	5,2	1,63	2,35	15	165	30
25 impalpable.....						
2 chaux.....						
75 quartzite cru.....	»	»	2,33	10	60	8
25 fin.....						
2 chaux.....						
25 quartzite cru.....	3,9	1,36	2,35	9	135	19
75 impalpable.....						
2 chaux.....						
25 quartzite cru.....	»	»	2,33	6	52	3
75 fin.....						
2 chaux.....						

Les résistances sont exprimées en kilos par centimètre carré. Les chiffres obtenus à 1600° se rapportent à l'écrasement produit après 1 heure de chauffage à la température indiquée, le temps nécessaire pour atteindre cette température ayant été d'une demi-heure.

Ces expériences conduisent à quelques conclusions très nettes.

1° La substitution au fin, tel que peuvent les donner les meules, d'impalpable produit dans les tubes broyeur à silex augmente considérablement la résistance mécanique des briques à la température à 1600°, c'est-à-dire l'une des qualités les plus importantes pour leur bon usage.

2° La proportion de 25 pour 100 d'impalpables donne des résultats bien supérieurs à celle de 75 pour 100. Les briquettes les plus riches en impalpables présentaient toutes des amorces de fentes.

Pour contrôler ce résultat et s'assurer de la convenance de la proportion de 25 pour 100 d'impalpables, on a refait des briquettes avec un autre quartzite d'une transformation moins facile et on les a données à cuire dans trois usines différentes, où la température de cuisson, très voisine, était comprise entre 1400° et 1450°. Les résultats ont été également satisfaisants :

Composition des mélanges.	Gonflement linéaire pour 100.	Densité		Résistance en kilos	
		apparente.	vraie.	à froid.	à 1600°.
75 quartzite cru.....	3,7	1,60	2,35	120	24
25 impalpable.....	4,1	1,60	2,36	150	28
2 chaux.....	4,5	1,78	2,37	250	25

Dans la dernière expérience, les briquettes, au lieu d'être moulées à la main, l'avaient été sous une pression de 200^{kg} par centimètre carré. La densité apparente et la résistance à froid ont été considérablement augmentées, mais la résistance à chaud n'a pas été modifiée. C'est d'ailleurs là un fait connu : les briques fabriquées industriellement à la presse ne font pas un meilleur usage que les briques moulées à la main. C'est donc une erreur de vouloir apprécier, comme on le fait souvent, la qualité d'une brique par sa résistance à froid.

État chimique de la silice. — Le gonflement qui accompagne la transformation du quartz en silice à faible densité tend à diminuer la compacité et la solidité des briques. On pouvait supposer qu'en prenant pour les grains grossiers du mélange du quartz déjà transformé par une cuisson préalable, on améliorerait la qualité des briques. Les expériences ont été faites dans des conditions identiques à celles de la première série, à l'état près du quartz grossier. Dans toute cette étude, on s'est d'ailleurs astreint à ne jamais faire varier à la fois qu'un seul des facteurs du phénomène étudié.

Composition des mélanges.	Gonflement linéaire pour 100.	Densité		Résistance en kilos		
		apparente.	vraie.	à sec.	à froid.	à 1600°.
75 quartzite cuit.....	3,2	1,57	2,33	10	120	25
25 impalpable.....						
2 chaux.....						
25 quartzite cuit.....	3,0	1,35	2,34	8	180	15
75 impalpable.....						
2 chaux.....						

Les résultats sont encore très satisfaisants, mais cependant nettement inférieurs à ceux obtenus avec le quartz cru. Il ne semble donc pas avantageux, au moins pour les quartz facilement transformables, de leur faire subir une calcination préalable à température élevée pour les transformer en silice à faible densité avant de les introduire dans la pâte de la brique.

Nature du fondant. — Si un long usage a consacré l'usage de la chaux

comme agglomérant des briques de silice, on peut concevoir la possibilité d'employer d'autres fondants. Nous avons essayé l'emploi d'argiles très fusibles, à la fois ferrugineuses et alcalines. On les a introduites à la dose de 6 pour 100, correspondant à une proportion de 2 pour 100 d'oxydes basiques : alumine, fer et potasse.

Composition des mélanges.	Gonflement. linéaire pour 100.	Densité		Résistance en kilos		
		apparente.	vraie.	à sec.	à froid.	à 1600°.
25 quartzite cuit	5,0	1,40	2,35	9	150	9,5
75 impalpable						
6 argile	5,2	1,43	2,36	9,5	160	6
25 quartzite cru						
75 impalpable	»	»	2,34	7	55	2
6 argile						
25 quartzite cru	5,0	1,50	2,34	19	110	16
75 impalpable						
6 argile						

Ces résultats sont inférieurs à ceux donnés par la chaux. Le dernier mélange donne cependant encore une belle résistance à chaud. Mais, fait très important à noter, toutes les briquettes préparées avec de l'argile fusible ne se brisent pas brusquement dans l'essai à 1600°, comme les briquettes à la chaux; elles cèdent progressivement, comme le font les briques argileuses proprement dites, en supportant cependant des pressions bien plus fortes que ces dernières.

La conclusion pratique à tirer de cette étude est que, dans l'état actuel de nos connaissances, la meilleure composition de pâte pour la préparation des briques de silice doit comporter 25 pour 100 de quartz impalpable, c'est-à-dire dont les grains soient de l'ordre de grandeur du $\frac{1}{100}$ de millimètre et 75 pour 100 de quartz grossier, dont les plus gros grains ne dépasseraient pas 5^{mm}.

La préparation de cet impalpable nécessite l'emploi du tube broyeur à galets de silex, mais semble cependant pouvoir être obtenue économiquement en partant de sables naturels très fins. Le quartz grossier semble devoir être préparé plus avantageusement avec les cylindres broyeurs qu'avec les meules, le plus souvent employées aujourd'hui, en raison de la forme lamellaire que le premier appareil donne aux grains brisés.

Dans une prochaine communication, nous étudierons les conditions de cuisson et la nécessité de coordonner la formation du réseau de tridymite avec la transformation directe des gros grains.

ZOOLOGIE. — *Sur les échanges de faune entre la mer et les eaux douces et les conséquences qu'ils entraînent au point de vue de la sexualité.* Note de M. EDMOND PERRIER.

L'opinion est généralement répandue que les eaux douces ont été peuplées par une immigration d'animaux marins; mais le retour à la mer d'animaux acclimatés dans les eaux douces parut, au premier abord, peu vraisemblable, au moins en ce qui concerne les formes animales relativement peu élevées. L'opinion de M. Roule que ce sont les Truites de rivière (*Salmo fario*) qui ont donné naissance aux formes marines connues sous le nom de *Salmo salar* et de *Salmo trutta*, contrairement à ce que pensent les zoologistes tels que Boulenger et Merk, étonnera donc probablement au premier abord. Ce retour à l'élément primitif s'est cependant produit plus d'une fois et a eu dans certains cas une importance exceptionnelle. Sans parler des grands Reptiles tels que les Plésiosaures, les Ichthyosaures de l'époque jurassique; des Mosasaures et des *Clidastes* de la période crétacée, des Tortues et des Serpents de mer actuels, ce retour s'est produit pour des formes animales inférieures et d'une remarquable façon.

La migration des formes marines peu actives dans les eaux douces entraîne des conséquences qui permettent de les reconnaître et auxquelles échappent les animaux actifs : *Les mâles disparaissent et les femelles deviennent hermaphrodites*. Leur hermaphrodisme est en général d'un type spécial : chaque individu commence par être mâle, puis devient femelle, on lui donne le nom d'*hermaphrodite protandre*. C'est ainsi que les Vers annelés d'eau douce ou terrestres (Lombriciens, Sangsues) sont hermaphrodites, tandis que les Vers annelés marins qui leur correspondent ont des sexes séparés; de même les Mollusques pulmonés tels que les Lymnées et les Physes des eaux douces, les Escargots et les Limaces qui sont terrestres, sont hermaphrodites, tandis que les sexes sont séparés chez les Gastéropodes marins. Ces faits concordent avec ce que l'on sait de la caractéristique des sexes.

Chez les animaux invertébrés les mâles sont plus petits que les femelles, dans des proportions parfois inouïes (*Chondracanthus*, *Gyge*, *Bonellie*, etc.); ils n'ont qu'une faible aptitude à accumuler des réserves alimentaires et les

dépensent souvent en ornements inutiles, comme le font aussi les mâles des Vertébrés; les mêmes caractères distinguent les spermatozoïdes des œufs qui ont la même origine, mais les œufs accumulent des réserves souvent très abondantes, tandis que les spermatozoïdes en sont totalement dépourvus, et la même règle s'étend aux végétaux. Il suit de là que l'existence des mâles est relativement précaire. Or quand un animal passe de la mer dans les eaux douces, il passe d'un milieu à régime constant dans un milieu à régime éminemment variable; ses conditions d'alimentation deviennent incertaines; les deux sexes sont atteints, mais les mâles, plus fragiles, cessent d'exister; les femelles résistent, mais pendant leur période de croissance elles ne peuvent alimenter suffisamment leurs éléments génitaux encore indifférents : ils évoluent donc d'abord en spermatozoïdes, et deviennent des œufs seulement quand la croissance est achevée.

Cette interprétation est corroborée par ce qui arrive pour les animaux aquatiques qui se fixent aux objets submergés, tels les Cirripèdes et les Tuniciers; chez eux aussi, l'alimentation devenant précaire, les mâles disparaissent et les femelles deviennent hermaphrodites protandres : la réalité de la disparition des mâles est attestée par leur persistance à l'état rudimentaire et, semble-t-il, accidentelle chez certaines espèces de Cirripèdes (*Scalpellum*, etc.).

Un autre exemple analogue est fourni par les Vers nématodes qui sont probablement des Arthropodes ayant subi du fait du parasitisme une dégénération permanente, analogue à la dégénération temporaire des larves d'Insectes vivant dans les fruits, dans les bois, dans les substances organiques en décomposition ou nourries par leurs parents, larves que nous désignons aussi sous le nom de *vers*. Les sexes sont séparés chez les Nématodes parasites; mais certains de ces animaux reprennent leur liberté et passent ainsi de la vie plantureuse des parasites à la vie libre où la nourriture devient pour eux aléatoire.

M. Maupas a montré que, chez ces Nématodes libres, on trouve successivement tous les passages des formes sexuées à celles où les mâles deviennent rares, où les femelles deviennent hermaphrodites protandres, les mâles subsistent, mais n'accomplissant plus leurs fonctions, et disparaissent finalement; finalement les femelles deviennent parthénogénétiques.

L'existence de telles séries conduit à conclure que l'hermaphrodisme est non pas un état primitif, mais un état acquis à la suite d'un changement défavorable à l'alimentation des conditions d'existence. Les animaux hermaphrodites qui vivent dans un milieu plantureux n'ont pu, en conséquence, l'acquérir qu'en dehors de ce milieu et l'ont ensuite gardé, ce mode de

reproduction leur étant favorable. Or il y a des parasites hermaphrodites, les Trématodes et les Cestodes; ils se rattachent naturellement aux Turbellariés dérivant eux-mêmes des Sangsues; il y a aussi des Vers hermaphrodites marins, notamment les Turbellariés que bien des affinités relient aux Trématodes, par eux aux Sangsues et originaires, par conséquent, des eaux douces. Les plus remarquables des hermaphrodites marins sont les Gastéropodes opisthobranches et les Ptéropodes. Il est établi que ceux-ci dérivent de ceux-là (Bouvier, Vayssière, Pelseneer); il est certain d'autre part que les Mollusques opisthobranches dérivent des Prosobranches; mais il n'y aurait aucune raison pour qu'ils n'eussent pas conservé la séparation des sexes s'ils en descendaient directement, si leurs ancêtres n'avaient pas, à un certain moment, subi un changement de régime, et l'on arrive à cette conclusion que les Opisthobranches dérivent, à leur tour, de Gastéropodes prosobranches qui ont émigré dans les eaux douces dont quelques-uns ont conservé la respiration branchiale (Paludines), les autres ayant donné naissance aux Mollusques pulmonés dont la Lymnée des étangs, les Escargots et les Limaces sont les types bien connus. Ces Pulmonés, contrairement aux Prosobranches marins et conformément à la règle, sont hermaphrodites.

Il devient dès lors probable que les Opisthobranches dérivent des Pulmonés et, ce qui confirme cette opinion, c'est qu'ils ont perdu la branchie des Prosobranches, ce qui n'a pu se faire qu'à la suite d'un changement de milieu respiratoire. Une branchie nouvelle s'est formée plus tard aux dépens des téguments et en arrière du cœur, tandis que la branchie primitive disparue était en avant. Les Mollusques gastropodes prosobranches marins auraient d'abord émigré vers les eaux douces ou vers la terre en devenant pulmonés; ces Pulmonés, redevenus marins, auraient produit les Opisthobranches d'abord littoraux, les *Oncidium* constituant un terme de passage. Les Opisthobranches auraient enfin quitté les rivages, pour de rampants devenir nageurs et constituer la classe des Ptéropodes.

C'est d'ailleurs de la haute mer que sont venues les deux classes principales des Mollusques, les Céphalopodes et les Gastéropodes; c'est là seulement que leurs formes primitives ont pu acquérir, sous l'action de la pesanteur, l'encombrant cône dorsal qu'il leur a fallu enrouler en spirale d'abord (*Bellerophon*), puis en hélice afin de reporter en avant, pour la maintenir à découvert (Lang), l'ouverture de la chambre branchiale d'abord postérieure comme elle l'est demeurée chez les Céphalopodes, presque tous pélagiques.

L'histoire des Gastéropodes n'est autre chose que celle des étapes

successives de ce déplacement qui a été réalisée par la contraction permanente de l'une des moitiés du corps entraînant l'avortement graduel des organes qu'elle contenait (Rémy Perrier) et le croisement en huit de la chaîne nerveuse viscérale dont M. Bouvier a suivi les transformations successives.

ZOOLOGIE. — *Sur la distribution des Crabes d'eau douce de la famille des Potamonidés. Note de M. E.-L. BOUVIER.*

Des deux Notes que j'ai récemment consacrées (1) à l'étude systématique et à l'évolution des Potamonidés on peut tirer, je crois, les conclusions suivantes :

Les seules Potamonidés à distribution géographique large appartiennent aux types les plus primitifs de la famille, c'est-à-dire au genre *Potamon*; ils sont répandus exclusivement dans toutes les régions suffisamment chaudes de l'Ancien-Monde (Afrique et Indo-Australie) et représentés par les *Potamon* s. str., ou leurs descendants du sous-genre *Geothelphusa*.

Les deux groupes entre lesquels se divise la famille, *Eupotamonea* et *Parapotamonea*, sont l'un et l'autre représentés dans l'Ancien-Monde et le Nouveau, mais les formes de l'Ancien-Monde appartiennent exclusivement aux types plus ou moins primitifs de la famille, Potamoninés pour les *Eupotamonea*, Gécarcinucinés pour les *Parapotamonea*, tandis que celles du Nouveau sont exclusivement des types à évolution terminale, Trichodactylinés pour les *Eupotamonea*, Pseudothelphusinés pour les *Parapotamonea*.

Le continent africain avec ses annexes méditerranéennes et les îles avoisinantes de l'océan Indien (Madagascar, les Seychelles) est exclusivement peuplé par les *Eupotamonea* de la sous-famille des Potamoninés dont la plupart des genres ou sous-genres lui sont propres (*Potamonautes*, *Acanthothelphusa*, *Hydrothelphusa*, *Platythelphusa*, *Erimetopus*, *Deckenia*).

(1) *Sur la classification des Eupotamonea, Crabes d'eau douce de la famille des Potamonidés* (Comptes rendus, t. 163, 1917, p. 613-621); *Sur la classification des Parapotamonea...* (Ibid., p. 657-659). Dans la première de ces Notes, il faut remplacer *antogilensis* par *antongilensis*, et, page 620, au lieu du passage suivant : « Le genre *Hydrothelphusa* comprend lui-même trois sous-genres », lire : « Le genre *Hydrothelphusa* comprend trois autres sous-genres ».

Au contraire la région indo-australienne ne possède en propre qu'un petit nombre de Potamoninés (*Potamiscus* dans le genre *Potamon*, *Lobothelphusa*), tandis qu'elle est exclusivement la zone où vivent les *Parapotamonea* primitifs, c'est-à-dire les Gécarcinucinés.

Les *Eupotamonea* du Nouveau-Monde ou Trichodactylinés se rattachent par des liens multiples et étroits aux *Eupotamonea* du continent africain, surtout aux *Erimetopus* congolais, ils sont localisés dans l'Amérique du Sud depuis le Brésil, jusqu'au Chili vers le Sud et jusqu'au Nicaragua vers le Nord. Les *Parapotomonea* américains ou Pseudothelphusinés se rattachent d'ailleurs à ceux de la région indo-australienne (Gécarcinucinés), mais par des liens plus lâches et moins apparents; ils habitent surtout la côte pacifique et les régions centrales de l'Amérique sans dépasser l'Amazone vers le Sud, comme l'a noté M. Ortmann.

Ainsi chacune des deux subdivisions de la famille des Potamonidés présente une double distribution qui n'est pas sans analogie avec celle des Écrevisses si bien synthétisée par Huxley, mais tandis que le premier groupe de ces dernières occupe l'hémisphère nord (Astacidés vrais) et le second l'hémisphère sud (Parastacidés), chacune des deux subdivisions des Potamonidés se partage entre l'ancien et le nouveau Continent, et se subdivise à son tour pour se localiser en certains points de ces vastes régions.

Comment interpréter ces faits? Pour les Potamonidés plus que pour les autres Crustacés d'eau douce, les océans constituent des barrières infranchissables; car ces animaux ne présentent pas de formes larvaires et deviennent de petits crabes marcheurs sous l'abdomen de leur mère, tandis qu'ils peuvent se répandre sur les continents à cause de leur adaptation facile aux lieux simplement humides. Issus d'espèces marines, comme tous les Crustacés d'eau douce, ils ont certainement pris naissance dans la Thétis, c'est-à-dire dans la ceinture océanique ancienne dont la Méditerranée actuelle est l'un des restes; certainement aussi leur adaptation dulcicole était réalisée déjà aux temps miocènes, car on a trouvé des Potamons fossiles (du sous-genre *Potamonautes* suivant toute apparence) dans les dépôts miocènes d'eau douce de Sigmaringen, d'Oëningen et de Castellina maritima. Mais il est difficile de fixer exactement l'étendue des aires où s'est produite leur adaptation; étant donné qu'actuellement leurs formes primitives (*Potamon*, *Geothelphusa*) sont localisées dans l'Ancien-Monde, on pourrait croire que cette adaptation s'est produite jadis dans les mêmes zones, sur les bords de la Thétis, et qu'ensuite la famille s'est

répandue en évoluant dans les terres émergées qui se trouvaient à la place occupée aujourd'hui par l'Amérique; mais il est possible aussi que l'adaptation se soit produite en tous les points continentaux anciens baignés par la Thétis et qu'ultérieurement, par la formation de barrières maritimes nouvelles, les espèces primitives du Nouveau-Monde aient évolué sur place et se soient transformées en Trichodactylinés et Pseudothelphusinés. Cette dernière hypothèse me paraît la plus rationnelle, car il est probable que les ancêtres marins des Potamonidés étaient répandus partout dans la Thétis; elle sera justifiée si l'on trouve dans les couches géologiques américaines des Potamons ou d'autres Potamonidés primitifs (¹).

Ce qui est bien certain par contre, c'est que les formes primitives de l'Ancien-Monde ont évolué sur place, les unes dans toute l'étendue de leur domaine et par des modifications légères qui ont conduit aux *Potamon* s. str. et *Geothelphusa* actuels, les autres plus profondément et indépendamment dans les deux régions qui constituent l'Ancien-Monde, c'est-à-dire dans l'Afrique et l'Indo-Australie. Il n'est pas douteux qu'à partir d'un certain moment des périodes miocène ou pliocène, la mer des Indes isolait complètement ou à peu près ces deux régions, mais avec une extension occidentale moindre qu'à l'époque actuelle, car la faune potamonienne des Seychelles et de Madagascar ne diffère pas du tout de la faune africaine.

Les *Eupotamonea* d'Afrique ne ressemblent en rien aux Pseudothelphusinés d'Amérique, mais, par les *Erimetopus* et autres Acanthothelphuses, présentent pour ainsi dire tous les passages aux Trichodactylinés; même aux âges tertiaires, où le Brésil et les régions avoisinantes formaient avec l'Afrique un continent brésilo-éthiopien (*Archhelenis* de von Jhering), l'évolution de certains Potamoninés en Trichodactylinés devait vraisemblablement déjà se produire dans les régions occidentales; cette évolution est devenue totale à partir de l'époque où l'effondrement de l'Atlantide a introduit une immense barrière océanique entre l'Amérique et le continent africain.

C'est aux Gécarcinucinés, c'est-à-dire aux *Parapotamonea* indo-australiens que se rattachent évidemment les Pseudothelphusinés, mais il n'est pas possible d'établir exactement les relations de ces formes américaines avec les descendants indo-australiens de leurs ancêtres. L'histoire des révolutions

(¹) C. Heller a décrit et figuré sous le nom de *Geothelphusa chilensis* un représentant chilien du genre *Potamon*; mais cette espèce n'a pas été retrouvée depuis et son origine paraît justement douteuse à M^{lle} Rathbun.

du globe dans la région Pacifique à l'époque tertiaire reste encore dans les ténèbres, et s'il est vrai qu'alors, comme le croit von Jhering, un immense continent péninsulaire (*Pacila*) s'avancait de l'Amérique vers la région malaise, les îles aujourd'hui situées à la place de ce continent semblent complètement dépourvues de Potamonidés.

Ces Crabes abondent, par contre, depuis l'Inde et les Philippines jusqu'en Australie; ils remontent au Nord jusqu'au Japon et s'avancent au Sud-Ouest jusqu'aux Fidji, sans jamais cesser d'appartenir complètement aux types indo-australiens les plus caractéristiques. Ces lacunes zoologiques, jointes à celles de la géologie, ne permettent pas d'établir l'histoire des Pseudothelphusinés aussi nettement que celle des Trichodactylinés, mais étant données les ressemblances lointaines de ces crabes avec les Gécarcinucinéés indo-australiens, on doit croire qu'ils ont été isolés de ceux-ci bien avant l'époque où l'effondrement de l'Atlantide sépara pour toujours les Trichodactylinés de leurs ancêtres africains.

Ainsi l'Amérique héberge deux sortes de Potamonides dont les origines et les affinités sont très différentes : les Trichodactylinés, qui sont des *Eupotamonea* d'origine brésilo-éthiopienne; les Pseudothelphusinés, qui se rattachent aux *Parapotamonea* indo-australiens: ces deux populations chevauchent l'une sur l'autre depuis le Nicaragua jusqu'à l'Amazone, la première débordant au Sud cette région commune, la seconde du côté du Nord jusqu'au Mexique inclusivement. C'est à tort que M. H. von Jhering, contrairement aux idées de M. Ortmann⁽¹⁾, tient pour légères les dissimilitudes qui existent entre ces deux groupes, mais je ne crois pas que cette erreur soit de nature à modifier beaucoup son schéma de l'Archhelenis, car les Trichodactylinés ont pu se répandre vers le Nord par voie terrestre ou par des changements dans la distribution des eaux douces; par contre, il y a lieu de penser qu'il fut un temps où l'Archhelenis atteignait les nombreuses régions pacifiques de l'Amérique méridionale, où les Trichodactylinés sont très nombreux. D'autre part, il semble bien que l'Archhelenis ne s'étendait pas, comme le figure M. von Jhering, jusqu'à l'intérieur de l'Hindoustan, car la faune potamonienne de cette région du globe est absolument autre que celle de l'Afrique; aux temps tertiaires où se différencia la faune indo-australienne des Gécarcinucinéés, la mer des Indes,

(¹) Voir à ce sujet : A.-E. ORTMANN, *The geographical Distribution of freshwater Decapods* (*Proc. amer. philos. Soc.*, vol. 41, 1902) et H. VON JHERING, *Archhelenis und Archinotis*, 1907).

dans ses régions septentrionales, devait se rapprocher beaucoup de sa configuration actuelle.

En dehors de ces observations, les schémas géographiques établis par M. von Jhering répondent fort bien à la distribution actuelle des Potamonidés et il faut, pour une part, en attribuer le mérite, comme celui qu'on trouvera peut-être dans cette Note, au travail monumental où M^{lle} Rathbun a décrit et figuré avec tant de soin les très nombreuses espèces comprises jusqu'alors dans la famille (1).

GÉOMÉTRIE. — *Sur les réseaux C tels que l'équation de Laplace qui y correspond soit intégrable.* Note de M. C. GUICHARD.

A tout réseau C correspond, par orthogonalité des éléments, une congruence C; une telle congruence est harmonique à une infinité de réseaux O. Il est clair que, si l'équation du réseau C est intégrable, il en est de même de celles des réseaux O que l'on obtient ainsi et inversement. Il suffit donc de partir des réseaux O qui possèdent la propriété indiquée, de prendre les congruences harmoniques, puis d'appliquer la loi d'orthogonalité des éléments. Je vais prendre successivement les six types de réseau O qui possèdent la propriété indiquée. (Voir ma Note du 18 juin.)

1° Le réseau O est pB' , $-pB'$.

Les congruences harmoniques à un réseau pB' sont

$$-(p-1)\beta, \quad -(p-1)\beta' \quad \text{ou} \quad -p\beta'.$$

Les réseaux C qui leur correspondent par orthogonalité des éléments

(1) Depuis l'époque où j'ai rédigé ces lignes et publié les deux précédentes Notes, mon excellent collègue du British Museum, M. Calman, m'a fait savoir que M. Alcock, en 1910, avait consacré un opuscule à la classification des Potamonidés [A. ALCOCK, *On the classification of the Potamonidæ (Telphusidæ)* (*Records of the Indian Museum*, t. 5, p. 253-261)]. Je suis aux regrets d'avoir laissé échapper ce travail, qui est très nourri et fort clair, mais satisfait de voir que mes conclusions systématiques s'accordent, pour le principal, avec celles d'un carcinologiste aussi averti que M. Alcock. D'ailleurs, ayant eu sous les yeux les nombreux types de M^{lle} Rathbun, j'ai pu modifier nos connaissances sur les Acanthothelphuses, sur les prétendues Parathelphuses africaines, sur les Périthelphuses et les *Gecarcinucus*, ce qui a eu pour résultat de donner un intérêt tout spécial à la distribution des deux groupes de la famille. M. Alcock a établi le sous-genre *Parapotamon* pour deux Hydrothelphuses du Yunnan-Fu, dont le fouet antennaire est réduit à l'état de vestige.

appartiennent aux types

$$(1) \quad -(p-1)A, \quad -(p-1)A', \quad -pA'.$$

De même le réseau O étant $-pB'$ les réseaux C correspondants appartiendront aux types

$$(2) \quad (p-1)A, \quad (p-1)A', \quad pA'.$$

Les réseaux C cherchés appartiennent à la fois aux types (1) et (2); on a donc les types *possibles* suivants :

$$\begin{aligned} KA, \quad -KA; \quad KA, \quad -KA'; \quad KA, \quad -(K+1)A', \\ KA', \quad -KA'; \quad KA', \quad -(K+1)A'. \end{aligned}$$

$K = p-1$ ou p ; les types $KA', -(K+1)A'$ et $(K+1)A', -KA'$ ne sont pas considérés comme distincts, car ils ne diffèrent que par l'échange des variables indépendantes.

2° Le réseau O est $pA', -pB$.

Les congruences harmoniques à un réseau pA' sont

$$-p\alpha', \quad -(p+1)\alpha', \quad -p\beta'.$$

Les réseaux correspondants appartiennent aux types

$$-pB', \quad -(p+1)B', \quad -pA'.$$

Les congruences harmoniques à un réseau $-pB$ sont

$$(p-1)\beta \quad \text{ou} \quad p\beta$$

auxquels correspondent des réseaux

$$(p-1)A \quad \text{ou} \quad pA.$$

D'où les types *possibles* suivants :

$$\begin{aligned} KA, \quad -KB'; \quad KA, \quad -(K+1)B'; \quad KA, \quad -(K+2)B', \\ KA, \quad -KA'; \quad KA, \quad -(K+1)A'. \end{aligned}$$

3° Le réseau O est $pA, -(p+1)B$.

D'un réseau O pA on déduit des réseaux C appartenant aux types

$$-pB, \quad -(p+1)B, \quad -(p+1)B'.$$

De même ceux qu'on déduit d'un réseau O $-(p+1)B$ sont

$$pA, \quad (p+1)A.$$

D'où les types *possibles* suivants :

$$\begin{aligned} KA, - (K-1)B; \quad KA, - KB; \quad KA, - (K+1)B, \\ KA, - KB'; \quad KA, - (K+1)B'. \end{aligned}$$

4° Le réseau O est $pA' - (p+1)B'$.

La première propriété conduit à des réseaux C qui sont

$$-pB', \quad -(p+1)B', \quad -pA'.$$

La deuxième donne des réseaux C qui sont

$$pA, \quad pA', \quad (p+1)A'.$$

D'où les types *possibles* suivants :

$$\begin{aligned} KA, - KB'; \quad KA, - (K+1)B'; \quad KA, - KA'; \quad KA', - KA'; \\ KA', - (K+1)A'; \quad KA', - (K-1)B'; \quad KA', - KB'; \quad KA', - (K+1)B'. \end{aligned}$$

5° Le réseau O est $pA', -pB'$.

La première propriété conduit à des réseaux C de types

$$-pB', \quad -(p+1)B', \quad -pA';$$

la seconde, à des réseaux

$$(p-1)A, \quad (p-1)A', \quad pA'.$$

D'où les types *possibles* suivants :

$$\begin{aligned} KA, - (K+1)B'; \quad KA, - (K+2)B'; \quad KA, - (K+1)A'; \\ KA', - KB'; \quad KA', - (K+1)B'; \quad KA', - (K+2)B'; \\ KA', - KA'; \quad KA', - (K+1)A'. \end{aligned}$$

6° Le réseau O est $pA, -pB$.

A la première propriété correspondent des réseaux

$$-pB, \quad -(p+1)B, \quad -(p+1)B';$$

à la deuxième, des réseaux

$$(p-1)A, \quad pA.$$

D'où les types *possibles* suivants :

$$\begin{aligned} KA, - KB; \quad KA, - (K+1)B; \quad KA, - (K+2)B; \\ KA, - (K+1)B'; \quad KA, - (K+2)B'. \end{aligned}$$

En résumé, on trouve seize types possibles qui sont :

- | | |
|--------------------|----------------------|
| 1. $KA, -(K-1)B;$ | 9. $KA, -(K+1)A';$ |
| 2. $KA, -KB;$ | 10. $KA, -KA;$ |
| 3. $KA, -(K+1)B;$ | 11. $KA', -(K-1)B';$ |
| 4. $KA, -(K+2)B;$ | 12. $KA', -KB';$ |
| 5. $KA, -(K)B';$ | 13. $KA', -(K+1)B';$ |
| 6. $KA, -(K+1)B';$ | 14. $KA', -(K+2)B';$ |
| 7. $KA, -(K+2)B';$ | 15. $KA', -KA';$ |
| 8. $KA, -KA';$ | 16. $KA', -(K+1)A';$ |

Remarque. — La discussion qui précède montre que tous les réseaux C appartiennent à l'un des seize types indiqués; elle ne prouve pas que *tous ces types existent*. Toutefois, je suis, dès maintenant, en mesure d'établir que tous ces types existent et de donner, sous forme explicite, l'expression des coordonnées d'un point qui décrit de pareils réseaux.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Associé étranger en remplacement de **M. Suess**, décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 41,

Sir Archibald Geikie obtient.	36 suffrages
M. Ed. Pickering	2 »
M. Vito Volterra	2 »
M. Edison	1 suffrage

Sir **ARCHIBALD GEIKIE**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu. Son élection sera soumise à l'approbation de **M. le Président** de la République.

CORRESPONDANCE.

M. le comte DE SPARRE, **M. W. RILIAN** prient l'Académie de vouloir bien les compter au nombre des candidats à l'une des places vacantes de membre non résident.

MM. ARMAGNAT, EDNE BONNEAU, GUILLEMINOT, A. PETTIT, FRANCIS RATHERY, F. GOMES TEIXEIRA, G. VAVON, C. DE WATTEVILLE adressent des remerciements pour les distinctions que l'Académie a accordées à leurs travaux.

M. PAUL PELSENEER adresse, par l'intermédiaire de M. Ch. Pérez, des remerciements pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux.

M. le MINISTRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE, au nom de M. le MINISTRE DES FINANCES, invite l'Académie à lui désigner un de ses membres qui devra occuper, dans la *Commission de Contrôle de la circulation monétaire*, la place vacante par l'expiration des pouvoirs de M. A. Haller.

M. le SECRÉTAIRE PERPÉTUEL signale, parmi les pièces imprimées de la correspondance :

1° *Océanographie*, par J. DE SCHOKALSKY (en langue russe). (Présenté par M. Ch. Lallemand.)

2° *Le devoir agricole et les blessés de guerre*, par JULES AMAR. Préface de FERNAND DAVID. (Présenté par M. Tisserand.)

3° *L'enseignement de la Chimie industrielle en France, suivi d'une enquête sur l'enseignement chimique et technique*, par EUGÈNE GRANDMOUGIN. (Présenté par M. Blondel.)

4° *Contribution à l'étude de la résistance à la marche d'un navire*, par CH. DOYÈRE.

5° Une série de Mémoires de M. R. KOEHLER sur les *Échinodermes*. (Renvoi à la Commission du prix Saintour.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Expression de la fonction de Legendre de seconde espèce*. Note de M. PIERRE HUMBERT, présentée par M. Appell.

On sait que la fonction de Legendre de seconde espèce,

$$Q_n(z) = P_n(z) \int_z^\infty \frac{dt}{(t^2 - 1)[P_n(t)]^2},$$

peut être mise sous la forme suivante :

$$Q_n(z) = \frac{1}{2} P_n(z) \log \frac{z+1}{z-1} - f_{n-1}(z).$$

f_{n-1} est un polynôme de degré $n-1$, que l'on a exprimé de diverses façons au moyen des polynômes de Legendre de degrés inférieurs. Nous nous proposons d'en donner une expression très simple, ne contenant que $P_n(z)$ et le polynôme $B_n(z)$, de degré inférieur à n , tel que

$$A_n(z) P_n(z) + B_n(z) P'_n(z) \equiv 1,$$

A_n étant un polynôme de degré inférieur à $n-1$.

1. Entre deux polynômes B correspondant à deux polynômes de Legendre de degrés $n-1$ et $n+1$ existe la formule de récurrence suivante :

$$P_{n-1}(z) B_{n+1}(z) - P_{n+1}(z) B_{n-1}(z) - \frac{2n+1}{n(n+1)} z(1-z^2) = 0.$$

On démontrera cette formule en prouvant que le premier membre, qui est un polynôme d'ordre $2n-1$, est nul pour $2n$ valeurs distinctes de z , à savoir les $n+1$ racines de $P_{n+1}(z)$ et les $n-1$ racines de $P_{n-1}(z)$. Soit, par exemple, α une racine quelconque de $P_{n+1}(z)$: on a

$$B_{n+1}(\alpha) = \frac{1}{P'_{n+1}(\alpha)}$$

et le polynôme devient

$$\frac{P_{n-1}(\alpha)}{P'_{n+1}(\alpha)} - \frac{2n+1}{n(n+1)} \alpha(1-\alpha^2).$$

On constatera aisément que cette expression est nulle en se servant des formules de récurrence entre les polynômes de Legendre et leurs dérivées ; et l'on opérera de façon identique pour une racine de $P_{n-1}(z)$.

Sachant alors que $P_n(1) = 1$ et $P_n(-1) = (-1)^n$, nous déduirons de cette formule que $B_n(1) = 1$ et $B_n(-1) = (-1)^{n+1}$.

2. Ceci posé, nous écrirons, la variable d'intégration étant t ,

$$\frac{Q_n(z)}{P_n(z)} = \int_z^\infty \frac{A_n P_n + B_n P'_n}{P_n^2} \frac{dt}{t^2-1}$$

ou, après une intégration par parties,

$$\frac{Q_n(z)}{P_n(z)} = \frac{B_n(z)}{(z^2-1)P_n(z)} + \int_z^\infty \left[\frac{A_n + B'_n}{P_n} - \frac{2tB_n}{(t^2-1)P_n} \right] \frac{dt}{t^2-1}.$$

Par décomposition en éléments simples, les racines de $P_n(z)$ étant a_1, \dots, a_n , nous pourrions écrire

$$\frac{A_n(z) + B'_n(z)}{P_n(z)} = -\frac{A'_n}{P'_n} - \frac{B_n P''_n}{P_n P'_n} = -\sum_{i=1}^n \frac{B_n(a_i) P''_n(a_i)}{[P'_n(a_i)]^2 (z - a_i)}.$$

Or nous tirons de l'équation différentielle de Legendre la relation

$$\frac{P''_n(a_i)}{P'_n(a_i)} = -\frac{2a_i}{a_i^2 - 1}.$$

Nous porterons cette valeur dans la somme à calculer, et nous trouverons alors facilement l'expression de cette somme en décomposant en éléments simples la fraction rationnelle $\frac{2z B_n(z)}{(z^2 - 1) P_n(z)}$. Nous aurons alors, en nous servant des résultats que nous avons établis sur $B_n(1)$ et $B_n(-1)$,

$$\frac{A_n(z) + B'_n(z)}{P_n(z)} = \frac{2z B_n(z)}{(z^2 - 1) P_n(z)} + \frac{1}{z + 1} - \frac{1}{z - 1},$$

d'où, en intégrant,

$$\frac{Q_n(z)}{P_n(z)} = \frac{1}{2} \log \frac{z + 1}{z - 1} - \frac{z}{z^2 - 1} + \frac{B_n(z)}{(z^2 - 1) P_n(z)};$$

ce qui nous conduit enfin à l'expression très simple

$$f_{n-1}(z) = \frac{z P_n(z) - B_n(z)}{z^2 - 1},$$

qui est celle que nous voulions obtenir.

STATIQUE GRAPHIQUE. — *Théorème sur les charges roulantes.*

Note (1) de M. FÉLIX VENTRE.

En 1885 j'ai communiqué à M. Maurice Levy [qui atteste le fait dans la Préface de la deuxième édition de sa *Statique graphique* (1885) et à la page 351 de la troisième édition (1907)] un théorème nouveau sur les charges roulantes et une démonstration nouvelle du théorème de Culmann. Je présente aujourd'hui mes deux démonstrations, qui n'ont jamais été publiées et qui diffèrent essentiellement de celles qu'a données M. Maurice Levy dans la troisième édition de sa *Statique graphique*.

(1) Séance du 12 novembre 1917.

g_k la distance GH, comptée sur l'axe des x , entre l'essieu K et la résultante P.

Les triangles semblables CMH et CDL donnent

$$\frac{y}{x} = \frac{DL}{l}.$$

Les triangles semblables GDL et SNO donnent

$$\frac{DL}{l - (g_k + x)} = \frac{P}{a}.$$

D'où résulte, après élimination de DL,

$$y = \frac{P}{al} [l - (g_k + x)] x,$$

équation d'une parabole.

Le paramètre de cette parabole est indépendant de la charge p_k considérée et dépend seulement de la résultante P. On conclut de cette remarque importante que les courbes qui seraient obtenues en appliquant le théorème successivement à tous les essieux du convoi, ne sont en réalité que les différentes positions d'une même parabole; il suffit dès lors, pour avoir les moments fléchissants relatifs aux différents essieux, de construire une seule parabole : celle qui passe par les points C et L et qui a pour équation

$$y = \frac{P}{al} (l - x) x,$$

à la condition de compter les ordonnées à partir de droites convenablement tracées; ce qui permet, comme le constate M. Maurice Levy, de résoudre graphiquement, d'une manière simple et rapide, un très grand nombre de problèmes relatifs aux charges roulantes.

Le théorème de Culmann se déduit très simplement du théorème précédent. En effet, le maximum de l'ordonnée

$$y = \frac{P}{al} [l - (g_k + x)] x$$

a lieu pour

$$l - g_k - x = x \quad \text{ou} \quad \frac{l}{2} = x + \frac{g_k}{2},$$

c'est-à-dire lorsque le milieu de la poutre coïncide avec le milieu de GH.

D'où le théorème connu :

Lorsqu'un convoi parcourt, d'un mouvement continu, une poutre posée sur deux appuis, le maximum du moment fléchissant, sous un essieu déterminé, se produit lorsque le milieu de la poutre est à égale distance de l'essieu considéré et du centre de gravité de l'ensemble des charges.

PALÉONTOLOGIE. — *A propos de la constitution microscopique du squelette des Stromatoporidés.* Note de M^{lle} YVONNE DEHORNE, présentée par M. Émile Haug.

Au cours des recherches que je poursuis depuis quelques années sur les Hydrozoaires fossiles et en particulier sur les Stromatoporidés, j'ai découvert quelques faits intéressants sur la nature du squelette de ces organismes.

On sait que les Stromatoporidés sont des Hydrozoaires fossiles vivant en colonies et que ces colonies, de forme [et de [taille variables, sont constituées par un réseau de mailles plus ou moins régulières; on admet d'une manière générale que ce squelette était primitivement calcaire. Les Hydractinidés et les Milléporidés auxquels Nicholson (¹) les a comparés avec juste raison, possèdent, les premiers, un squelette chitineux, les seconds un squelette calcaire. Cependant *Hydractinia calcarea* Cart., du cap Palmas, a un réseau squelettique entièrement calcaire et, dans la majorité des cas, la charpente chitineuse d'*Hydractinia echinata* Flem. est fortement imprégnée de matière calcaire. J'ai pratiqué quelques sections minces dans des échantillons de cette dernière espèce, qui ont été recueillis à Roscoff par M^{lle} Lucienne Dehorne. Les plages calcaires se trouvent localisées dans les assises les plus anciennes; elles sont bien mises en évidence par la couleur brune de la chitine et sont surtout bien développées dans les parties les plus épaisses du squelette; on y voit de petites fibres calcaires briller à travers les filets chitineux qui les soutiennent.

Le tissu squelettique du genre *Millepora* Lin. présente, d'après Moseley (²), la même constitution que celui du genre *Heliopora* Bl. et de la plupart des Anthozoaires. Il est formé par des petites lames d'une matière

(¹) H.-A. NICHOLSON, *A monograph of the British Stromatoporoids* (The palæontographical Society, 1886-1892).

(²) H.-N. MOSELEY, *Report on certain hydroid, alcyonarian and madreporian Corals* (Zoolog. Challenger Exped., Part VII, 1880).

fibro-cristalline (voir MOSELEY, *loc. cit.*, Pl. XIII, fig. 8), dont la composition chimique diffère peu de celle du cœnenchyme des Anthozoaires : carbonate de chaux, phosphate de chaux, matière organique et eau.

Dans le genre *Sporadopora* Mos., le cœnenchyme est constitué par des grains minuscules, très serrés, blancs et brillants, donnant au squelette un aspect saccharoïde.

La structure microscopique du tissu cœnostéal des Stromatoporidés de l'ère primaire a été bien décrite par Nicholson (*loc. cit.*); l'auteur a fait remarquer toutes les difficultés que comporte cette étude, la texture véritable étant souvent masquée par une recristallisation secondaire. Quand le squelette et le remplissage des cavités sont constitués par de la calcite, le premier ne se distingue bien de l'autre que par son aspect plus sombre, dû sans aucun doute au résidu charbonneux laissé par la matière organique. Aussi y a-t-il peu d'avantages à faire des coupes très minces. Dans d'autres échantillons moins altérés, le squelette est constitué par des grains de carbonate de chaux excessivement petits qui circonscrivent de petites plages claires, de façon à donner à la fibre un aspect nuageux ou vacuolaire très caractéristique.

Les Stromatoporidés de l'ère secondaire, qui sont moins modifiés par la fossilisation, présentent de grandes variétés de structure : chez *Stromatopora Choffati* ⁽¹⁾, le squelette paraît constitué par une accumulation de granules calcaires et de faisceaux de fibres courbes formant panache. Dans *Burgundia Trinorchii* Mun.-Chalm. ⁽²⁾, le stroma se réduit à des amas de granules calcaires de grosseur diverse, sur lesquels empiète la calcite du remplissage. La constitution microscopique des piliers radiaux et des planchers laminaires d'*Actinostromaria stellata* M.-Ch. (Cénomaniens, île Madame, Charente-Inférieure) ⁽³⁾ diffère à peine de celle que présente le cœnenchyme des Madréporaires actuels (et en particulier de *Porites incrustans* DeFr., in M. M. Ogilvie ⁽⁴⁾, p. 220, fig. 65) : autour d'une ligne sombre axiale rayonnent des faisceaux de fibres calcaires en forme

(¹) YVONNE DEHORNE, *Sur un Stromatopore nouveau du Lusitanien de Cezimbra (Portugal)* (*Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 225).

(²) YVONNE DEHORNE, *Sur un Stromatopore milléporoïde du Portlandien* (*Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 430).

(³) YVONNE DEHORNE, *Sur un Actinostromide du Cénomaniens* (*Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 733).

(⁴) M. M. OGILVIE, *On the microscopic and systematic study of the madreporarian types of corals* (*Philos. Trans., B.*, vol. 187, 1896).

d'aiguilles; en examinant cette ligne sombre à un fort grossissement, j'ai constaté qu'elle est formée de petits grains calcaires incolores, entassés irrégulièrement les uns contre les autres et que les points d'accolement des fibres irradiances et de ces granules sont autant de points sombres dont l'ensemble constitue précisément cette ligne noire médiane; Miss Ogilvie lui donne le nom d'*axe de calcification*; on la retrouve dans la muraille zoéciale des Bryozoaires et je lui ai reconnu une structure semblable : grains polyédriques incolores autour desquels se groupent des faisceaux de fibres cristallines ⁽¹⁾.

Certains Stromatoporidés paléozoïques offrent la même particularité et Nicholson y a vu les vestiges d'un système tubulaire intrasquelettique analogue à celui des *Distichopora* Lam. actuels.

Je crois pouvoir établir que la morphologie microscopique de la paroi qui dépend étroitement du mode de fossilisation, puis des modifications ultérieures à cette fossilisation, ne peut apporter que des caractères de médiocre importance dans la diagnose d'une famille ou d'un genre. On ne peut nier que son étude comparée n'ait contribué, dans une certaine mesure, à définir certaines formes d'affinités douteuses, mais son application systématique serait fertile en erreurs : un Stromatoporidé typique, *Actinostromaria stellata*, deviendrait, par exemple, un Madréporaire.

D'autres caractères tirés de la physionomie générale du réseau squelettique sont seuls capables de donner la définition approchée des organismes fossiles qui font l'objet de mes recherches; ce sont notamment les modifications apportées dans cette charpente calcaire :

- 1° par l'individualisation des Zoïdes;
- 2° par leur mode de groupement;
- 3° par le processus d'accroissement de la colonie entière, qui permet de reconstituer l'aspect des surfaces hydrorhizales vivantes.

⁽¹⁾ Cumings et Galloway ont montré qu'une classification des Bryozoaires *Trepostomata* en *Integrata* (ligne noire médiane présente) et en *Amalgamata* (pas de ligne noire, confluence absolue des parois zoéciales) n'avait aucune valeur parce que la présence de cette ligne est inconstante et que les menus grains calcaires qui la composent, variant en nombre et en taille, lui donnent une épaisseur différente pour chaque genre et même pour chaque espèce.

ZOOLOGIE. — *Sur la reproduction parthénogénétique de l'Otiorhynque sillonné* (*Otiorhynchus sulcatus* Fabr.). Note de M. J. FEYTAUD, présentée par M. P. Marchal.

Les exemples connus de reproduction parthénogénétique normale sont rares chez les Céléoptères. Jobert (1881) ⁽¹⁾, Jolicœur et Topsent (1892) ⁽²⁾ ont étudié un cas de ce genre chez le Gribouri (*Adoxus vitis* Fourcroy). Plus récemment, Ssilantjew (1905) ⁽³⁾, Wassiliew (1908) ⁽⁴⁾ et Grandi (1913) ⁽⁵⁾ ont constaté l'absence apparente des mâles et la reproduction courante par parthénogenèse, dans trois espèces d'Otiorhynques, le *turca* Bohem., le *cribricollis* Gyll. et le *ligustici* Linn.

L'*Otiorhynchus sulcatus* Fabr., bien connu en France par ses ravages sur la vigne, observé par de nombreux auteurs, était jusqu'à présent considéré comme doué d'une reproduction sexuée constante. Les différences extérieures indiquées dans les livres entre mâles et femelles (étroitesse relative des élytres et dépression légère du sternite anal chez le mâle) sont cependant assez vagues; elles ne portent pas sur des caractères essentiels et ne dépassent guère les variations qui se montrent entre les individus du même sexe femelle.

L'invasion grave qui s'est produite, au cours des dernières années, dans le vignoble de Saint-Pierre-d'Oléron ⁽⁶⁾, m'a permis d'observer un très grand nombre d'exemplaires de cette Otiorhynque, en pleine nature et en captivité, pendant les années 1914, 1916 et 1917. Or, parmi les milliers d'individus que j'ai examinés, et dont quelques-uns présentaient assez

(1) JOBERT, *Recherches pour servir à l'histoire de la génération chez les Insectes* (Comptes rendus, t. 93, 1881, p. 975-977).

(2) JOLICOEUR et TOPSENT, *Études sur l'Écrivain ou Gribouri* (*Adoxus vitis* Fourcr.) (Mém. Soc. zool. de France, t. 5, 1892).

(3) SSILANTJEW, *Ueber einem sicher konstatierten Fall der Parthenogenese bei einem Käfer* (*Otiorhynchus turca* Bohem.) (Zool. Anzeiger, t. 29, p. 583-586).

(4) WASSILIEW, *Ein neuer Fall von Parthenogenese in der Familie der Curculioniden* (Zool. Anzeiger, t. 34, p. 29-31).

(5) GRANDI, *Un nuovo caso di partenogenesi ciclica irregolare fra i Coleotteri* (Boll. Labor. di Zool. gen. e agraria, Portici, t. 7, 1913).

(6) J. FEYTAUD, *L'Otiorhynque sillonné dans l'île d'Oléron* (Bull. Soc. de Zool. agricole, 1914, p. 7-14, 21-25, 53-55); *Sur l'invasion d'Otiorhynques de Saint-Pierre-d'Oléron* (C. R. Acad. d'Agriculture de France, t. 2, 1916, p. 839-843).

bien les variations extérieures indiquées comme distinctives des mâles, je n'ai trouvé absolument que des femelles.

La dissection soigneuse de plus de 3000 individus m'a permis de constater le fait avec encore plus de précision.

A défaut d'accouplements, j'avais remarqué dans mes élevages, à diverses reprises, des chevauchements, qui pouvaient être le prélude d'un acte sexuel. Les Insectes ainsi rapprochés ont été recueillis; disséqués par la suite, ils furent toujours reconnus, les uns et les autres, comme des femelles.

J'ai d'ailleurs examiné des lots d'*O. sulcatus* prélevés dans des conditions très variées d'époque, d'heure, de lieu, sans que le résultat soit modifié : jamais il ne me fut donné de mettre la main sur un seul mâle.

Deux questions s'étaient offertes à mon esprit : 1° L'existence des mâles ne serait-elle pas beaucoup plus brève que celle des femelles et limitée aux premières semaines de l'apparition des Insectes ? En ce cas, j'aurais dû en trouver dans les lots recueillis tout au début de l'apparition, en mai, ce qui n'est pas ; 2° les Otiiorhynques de mes élevages provenant de la chasse nocturne organisée par le Syndicat de défense, je devais me demander si les mâles ne se tenaient pas à l'écart des festins nocturnes pris par les femelles sur le feuillage et s'ils ne restaient pas cachés nuit et jour sur le sol. En ce cas, l'examen des lots prélevés sous les mottes aurait dû me donner une certaine proportion de mâles, alors qu'il ne m'a fourni que des femelles, comme celui des autres lots.

Bien plus, en 1917, un groupe de 50 Otiiorhynques prélevé tout au début de la saison, en mai, a pondu des œufs féconds et m'a donné de jeunes larves parfaitement viables, bien qu'un examen rétrospectif de tous les individus m'ait démontré que tous étaient des femelles. Un lot équivalent, prélevé à la même époque, avait été conservé, en vue de recherches anatomiques, après fixation au sublimé acétique et au liquide de Bouin. Pour éviter toute cause d'erreur dans le cas improbable, mais possible où les femelles de mon élevage auraient subi le contact de mâles au vignoble, pendant les quelques jours (4 ou 5 au plus) écoulés entre leur sortie du sol et leur capture, j'examinai des frottis du contenu des réceptacles séminaux du lot témoin, et je n'y trouvai pas trace de spermatozoïdes.

Les observations que j'ai faites, en 1914, 1916 et 1917, sur les lots d'*Otiiorhynchus sulcatus* Fabr., recueillis à Saint-Pierre-d'Oléron et conservés en élevage au laboratoire, montrent donc que ce Coléoptère se reproduit de façon courante, sinon constante, par parthénogenèse, comme

Otiiorhynchus turca Bohem., l'*O. cribricollis* Gyll. et l'*O. ligustici* Linn. Elles ajoutent aux trois espèces parthénogénétiques déjà connues une quatrième espèce, qui est d'ailleurs l'une des plus communes et l'une des plus dangereuses de la faune française.

Au point de vue pratique, le fait a une grosse importance. Tous les individus, ou presque, étant des femelles et chacun pondant plus de 150 œufs, on comprend que la multiplication annuelle est très active, si les conditions du milieu favorisent l'espèce, et que les foyers d'invasion se développent alors, en tache d'huile, avec une très grande rapidité, si l'on n'intervient pas énergiquement pour enrayer le fléau.

Il est vraisemblable que les mâles existent, mais ils sont sans doute fort rares et n'apparaissent que sporadiquement, à certaines générations.

La parthénogenèse de l'*Otiiorhynchus sulcatus* Fabr. et de ses trois congénères précités doit être rattachée, au moins provisoirement, au type de la parthénogenèse cyclique irrégulière, bien que l'existence des mâles reste à préciser.

BIOLOGIE. — *Sur la précipitation de l'hydrate de fer colloïdal par le sérum humain, normal ou syphilitique* ⁽¹⁾. Note ⁽²⁾ de M. ARTHUR VERNES, présentée par M. Roux.

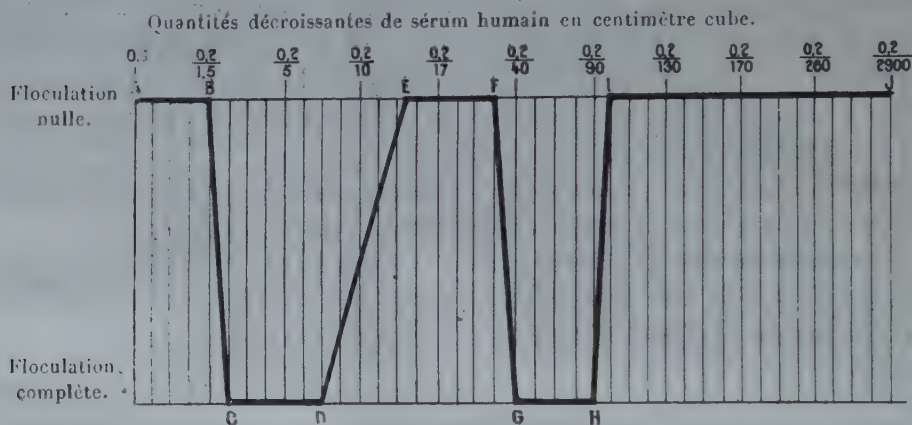
On distribue dans une série de petits tubes, 2^{cm} d'une suspension fine d'hydrate de fer jaune, préparée avec 0^g, 225 d'acétate ferrique pour 250^{cm} d'eau distillée. Dans ces petits tubes, on ajoute de gauche à droite, du sérum humain normal en quantités de plus en plus petites, mais diluées dans une solution de chlorure de sodium à 9 pour 1000, de manière que le mélange, sérum humain et eau chlorurée, forme un volume constant de 0^{cm} 2. Les résultats obtenus, après un séjour de 40 minutes à l'étuve à 37°, sont représentés par le graphique I.

L'action du sérum sur la suspension fine revêt un caractère périodique :

⁽¹⁾ En ces dernières années on a proposé diverses méthodes sérochimiques, pour différencier le sérum syphilitique du sérum normal. (Bruck, Mac Donagh, etc.) Ces méthodes, essentiellement basées sur les modifications qualitatives et quantitatives des protéines du sérum, sont peut-être à rapprocher du procédé d'étude que nous indiquons, mais s'en distinguent en tout cas essentiellement, par le choix des moyens employés.

⁽²⁾ Séance du 19 novembre 1917.

la floculation est nulle dans la zone AB qui correspond aux plus fortes doses de sérum; elle est complète de C à D et redevient nulle de E à F, pour réapparaître de G à H et disparaître à partir de I. On peut ajouter que si l'on continuait le graphique vers la gauche avec des doses supérieures aux doses maxima que nous avons employées, on verrait encore d'autres



GRAPHIQUE I. — Suspension obtenue avec 0^g,225 d'acétate de fer pour 250cm³.

L'expérience comporte autant de tubés qu'il y a de lignes verticales, mais pour la netteté du graphique, on a indiqué quelques doses seulement de la progression décroissante des doses du sérum employé. La progression complète est donnée par la série des nombres suivants :

0,3	0,25	0,2	0,15	$\frac{0,2}{1,5}$	$\frac{0,2}{2}$	$\frac{0,2}{3}$	$\frac{0,2}{4}$	$\frac{0,2}{5}$	$\frac{0,2}{6}$	$\frac{0,2}{7}$	$\frac{0,2}{9}$	$\frac{0,2}{10}$	$\frac{0,2}{11}$	$\frac{0,2}{12}$	$\frac{0,2}{14}$	$\frac{0,2}{17}$
$\frac{0,2}{20}$	$\frac{0,2}{25}$	$\frac{0,2}{30}$	$\frac{0,2}{40}$	$\frac{0,2}{50}$	$\frac{0,2}{60}$	$\frac{0,2}{80}$	$\frac{0,2}{90}$	$\frac{0,2}{100}$	$\frac{0,2}{120}$	$\frac{0,2}{130}$	$\frac{0,2}{140}$	$\frac{0,2}{150}$	$\frac{0,2}{160}$	$\frac{0,2}{170}$	$\frac{0,2}{200}$	$\frac{0,2}{240}$
									$\frac{0,2}{360}$	$\frac{0,2}{720}$	$\frac{0,2}{1440}$	$\frac{0,2}{2900}$				

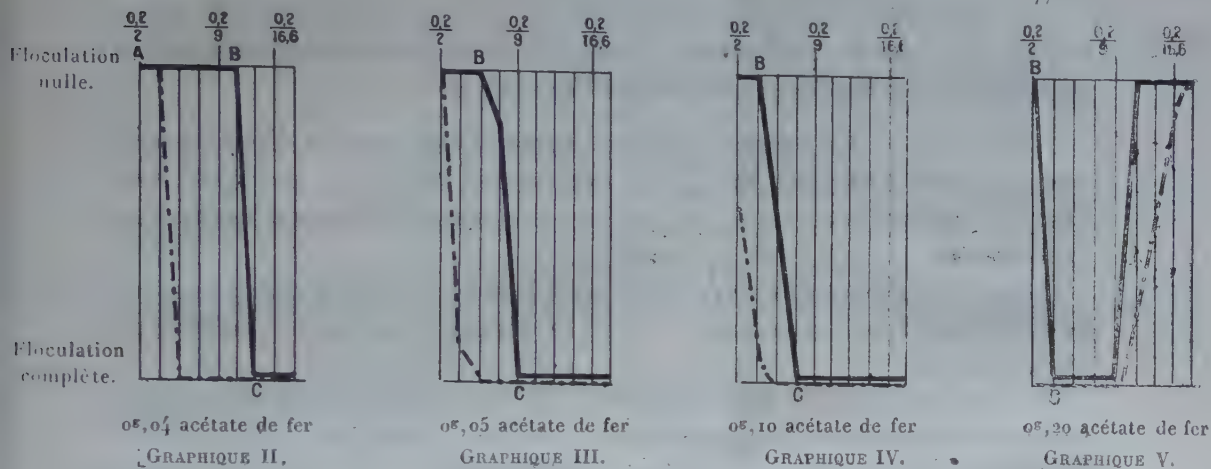
oscillations; mais l'étude de ces oscillations qui répondent à de plus grandes quantités de sérum, n'est pas nécessaire à la démonstration qui va suivre. Et même on va limiter la zone d'observation à la partie du graphique comprise entre les deux points A et F.

Une suspension d'hydrate de fer moins concentrée est préparée avec 0^g,04 d'acétate ferrique pour 250^{cm} d'eau distillée; on y ajoute, comme tout à l'heure, des quantités décroissantes de sérum allant, en centimètres cubes, de $\frac{0,2}{2}$ à $\frac{0,2}{17,6}$. On obtient le tracé du graphique II.

Si maintenant on augmente la concentration en hydrate de fer, on voit sur les graphiques III, IV et V le tracé se déplacer vers la gauche. Dans cette zone d'expérimentation et pour une même dose de sérum humain normal (tracé plein), la précipitation croît en même temps que la concentration d'hydrate de fer.

En remplaçant dans les mêmes proportions le sérum normal par du sérum syphilitique, on voit que le tracé de floculation du sérum syphilitique (tracé pointillé des graphiques II, III, IV et V) est nettement reporté à gauche et que, quel que soit le degré de concentration de la suspension de

Dans chaque graphique les quantités de sérum humain vont en décroissant de $\frac{0,0017,2}{2}$ à $\frac{0,001,0}{17,2}$.



Les suspensions ont été obtenues en partant des doses d'acétate ferrique indiquées ci-dessus (pour 250^{cm³}).

fer colloïdal, une différence entre le sérum syphilitique et le sérum normal se manifeste par un écart de stabilité; le sérum syphilitique, à dose égale, dans la zone où nous l'observons, semble plus précipitant. Il est visible que le choix des dilutions permettra de régler l'expérience de manière à produire la floculation avec le sérum syphilitique sans l'obtenir avec le sérum normal.

RÉGLAGE DE L'EXPÉRIENCE. — Préparation de la suspension hydro-acéto-ferrique colloïdale. — On broie au mortier l'acétate ferrique pur (0.04 ou 0.05 ou 0.1, etc.), suivant les doses indiquées sur les graphiques, avec une petite quantité d'eau distillée. On décante. On remet quelques centimètres cubes d'eau distillée, on broie, on décante, et ainsi de suite une dizaine de fois, jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de poudre au fond du mortier et que tout l'acétate ferrique soit passé en suspension. On porte le volume de celle-ci à 250^{cm³} en y ajoutant de l'eau distillée.

On porte à l'ébullition la suspension d'acétate ferrique dans une capsule de porcelaine. On laisse bouillir 20 minutes à grand feu en maintenant le niveau du liquide par des additions successives d'eau distillée. L'odeur de l'acide acétique n'est plus sensible. On laisse refroidir et l'on ramène exactement à 250^{cm³} avec de l'eau distillée. On a un liquide ocre jaune et opalescent.

Cette préparation est délicate et, en partant d'un même poids d'acétate, on obtient des suspensions un peu différentes les unes des autres. Il s'agit ici d'un phénomène général: la difficulté de reproduire des suspensions colloïdales d'état identique.

Ces variations, d'ailleurs, n'empêchent aucunement le phénomène qui vient d'être décrit; elles peuvent seulement le déplacer un peu vers la droite ou vers la gauche du graphique; il reste donc nécessaire de ne pas trop limiter le champ d'observation, c'est-à-dire de ne pas trop restreindre le nombre des doses progressivement variables du sérum examiné si l'on veut suivre les périodes de leur action floculante sur les suspensions fines colloïdales.

On a observé d'autre part que les sérums exercent des actions du même ordre, mais avec des périodicités particulières, sur les suspensions fines les plus différentes, depuis le talc jusqu'à l'or colloïdal.

Conclusions. — En résumé, le sérum humain, en présence d'une suspension colloïdale d'hydrate ferrique, y détermine, ou non, un précipité, suivant un rythme périodique qui diffère selon que le sérum est normal ou syphilitique.

C'est à un moment de cette courbe périodique qu'on verra que la suspension colloïdale est moins stable avec le sérum syphilitique qu'avec le sérum normal.

On a laissé entrevoir dans cette Note que la précipitation d'une suspension fine comme moyen de reconnaître le sérum syphilitique, s'observe avec des suspensions de natures chimiques différentes; d'où il résulte que le choix de la suspension dépend surtout d'un état physique approprié.

La suspension colloïdale de fer dont on vient de parler est-elle celle dont l'état physique est le mieux approprié?

Il y a peut-être lieu de lui substituer, dans la pratique, une suspension encore plus sensible. Mais déjà les résultats obtenus avec le fer avaient une grande importance théorique puisque ce sont eux qui nous ont appris *qu'il est possible de préparer une suspension fine d'une stabilité déterminée qui floculera avec une certaine dose de sérum syphilitique et ne floculera pas avec une même dose de sérum normal.*

CHIRURGIE. — *Sur la publication de MM. Heitz-Boyer et Scheikevitch concernant le rôle de l'os dans l'ostéogenèse chez l'adulte, les rapports de l'ostéogenèse avec l'infection et les applications qui en découlent. Note* (1) *de M. J. DUCUING.*

Le travail original de MM. Heitz-Boyer et Scheikevitch, présenté le 8 octobre 1917 par M. le professeur Quénu à l'Académie, nous suggère

(1) Séance du 5 novembre 1917.

quelques réflexions et quelques objections que nous serions heureux d'exposer ici.

Partant de cette constatation intéressante que chez l'adulte le processus de régénération osseuse se manifeste par une véritable « néoplasie ossifiante » issue de l'os sous l'influence de l'infection qui en est « l'excitant spécifique » les auteurs en arrivent aux importantes conclusions pratiques qui vont suivre.

1° En ce qui concerne le traitement des blessures osseuses récentes, pas d'esquillectomie primitive, car les fragments osseux enlevés n'ont pas eu le temps d'amorcer dans le périoste la « néoplasie ossifiante ».

2° En ce qui concerne le traitement des pseudarthroses et le traitement immédiat des fractures de guerre, la conception nouvelle légitime l'emploi de l'ostéosynthèse métallique sous condition que l'infection soit atténuée, puisque cette infection représente alors le « stimulant spécifique » de l'ostéogénèse.

3° En ce qui concerne la pratique des greffes dans un but de jonction osseuse ou de remplacement osseux :

a. Il faut greffer de l'os pur, puisque l'ostéoformation appartient exclusivement à l'os et que le périoste ne joue pas le rôle essentiel qu'on lui attribue dans la transplantation osseuse.

b. Une infection atténuée n'est pas absolument nuisible à la réussite des greffes; bien plus elle peut les favoriser puisqu'elle représente « l'excitant spécifique » de l'ostéogénèse.

4° En ce qui concerne la formation du cal dans les fractures fermées, la « néoplasie ossifiante » excitée par l'ostéite traumatique peut encore donner des explications pathogéniques intéressantes.

A la conception des auteurs concernant l'ostéogénèse chez l'adulte, nous n'avons rien à objecter; ces notions sont excessivement intéressantes, il est fort possible qu'elles soient entièrement vraies; des expériences ultérieures pourront d'ailleurs les corroborer ou les infirmer. Des conclusions présentées par les auteurs nous acceptons la première, la deuxième, la quatrième, mais nous ne saurions admettre sans restrictions les deux affirmations émises dans la troisième (transplantation de l'os pur, rôle secondaire du périoste dans la greffe osseuse, influence favorable de l'infection).

1° Est-il facile de greffer de l'os pur et le rôle du périoste a-t-il été exagéré dans la transplantation osseuse?

D'une longue série d'expériences personnelles sur les greffes ostéo-articulaires, il résulte :

- a. Que l'os transplanté sans périoste se greffe très difficilement;
- b. Qu'un fragment ostéo-périostique se greffe, au contraire, avec beaucoup plus de facilité;
- c. Qu'une partie du transplant ostéo-périostique greffé dégénère néanmoins et rapidement, mais que les parties qui continuent à vivre l'emportent de beaucoup sur les parties qui meurent;
- d. Que la partie osseuse de ce transplant meurt en presque totalité et qu'elle est remplacée partiellement par de l'os nouveau parti du périoste (ceci au moins chez des lapins adolescents).

De l'ensemble de ces constatations nous retenons surtout que le transplant osseux se greffe plus difficilement que le transplant ostéo-périostique et que, lorsque ce dernier est greffé, les parties qui dégénèrent le plus sont les parties osseuses.

2^o Une infection atténuée est-elle ou non nuisible à la réussite des greffes osseuses; interprétation de certains faits troublants.

MM. Heitz-Boyer et Scheikevitch s'expriment en ces termes :

« Le rôle ostéo-génétique de l'ostéite s'accorde en particulier avec le fait troublant déjà signalé par Albee et personnellement observé par l'un de nous, de greffes qui, au lieu d'être entravées par une légère infection, en ont été plutôt favorisées. »

A notre avis, non seulement l'infection ne peut favoriser la greffe, mais elle l'empêche radicalement, tout greffon infecté meurt sans exception; ceci mérite quelques explications.

Tous les transplants atteints par l'infection ne subissent pas le même sort : les uns, profondément infectés, s'éliminent spontanément ou nécessitent une intervention chirurgicale destinée à les enlever; les autres, légèrement atteints, peuvent être conservés dans les tissus, ils sont en état de tolérance subaseptique, mais qui dit *tolérance* ne dit pas *greffe*, il faut réserver ce dernier mot pour les transplantations dans lesquelles le greffon continue à vivre sa vie propre au sein des tissus qui le supportent. Une confusion semble s'établir dans l'esprit de certains chirurgiens entre la tolérance et la greffe; cette confusion est d'autant plus excusable que le transplant toléré aseptiquement ou subaseptiquement peut servir de prothèse idéale à l'édification d'un nouveau bloc osseux ou ostéopériostique parti du porte-greffe et qui se substitue au transplant insidieusement et progressivement au fur et à mesure qu'il l'élimine.

Il se peut même dans certains cas que le transplant toléré constitue, parce que légèrement infecté, l'excitant spécifique de Heitz-Boyer et Scheikevitch

et l'on peut avoir alors l'impression très nette, mais fausse que l'infection, loin de nuire à la greffe, la favorise au contraire.

Jusqu'à preuves plus amples, nous restons ferme dans nos conceptions qui sont les suivantes :

1° Si l'on veut pratiquer une greffe osseuse, il est préférable de transplanter un fragment pourvu de son périoste.

2° L'asepsie absolue est la meilleure condition de succès pour obtenir une greffe véritable.

3° Dans les cas où il existe une infection du greffon, ou bien il est éliminé ou bien il est toléré, mais alors il n'est plus un véritable corps étranger pouvant, il est vrai, servir de prothèse idéale à l'édification d'un fragment semblable parti du porte-greffe et pouvant même quelquefois, lorsqu'il est très légèrement infecté, jouer à l'égard de ce dernier le rôle d'*excitant spécifique*.

4° Il y a avantage en définitive, lorsqu'on veut pratiquer une greffe osseuse, à transplanter aussi aseptiquement que possible un fragment ostéopériostique, ayant les dimensions et la forme du fragment à remplacer et qui, *véritable greffe* lorsque l'intervention réussit, représente une opération suivant les goûts de la chirurgie moderne et suivant les espoirs de la physiologie générale des greffes.

M. RAPHAËL DUBOIS adresse une *Note sur le pain déchloruré calcique*.

(Renvoi à l'examen d'une Commission spéciale.)

M. J.-P. ANASTAY adresse une note intitulée : *Sur une méthode d'oxydation des carbures du pétrole*.

(Renvoi à l'examen de M. Ch. Moureu.)

M. EDMÉ BONNEAU adresse une note intitulée : *Horizon gyroscopique réfléchissant à polodie méridienne*.

(Renvoi à l'examen de M. l'amiral Fournier.)

A 16 heures et quart l'Académie se forme en comité secret.

La séance est levée à 16 heures et demie.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS DANS LES SÉANCES DE SEPTEMBRE 1917 (suite).

La force et le droit. Le prétendu droit biologique, par R. ANTHONY. Paris, Alcan, 1917; 1 vol. in-16. (Présenté par M. Edmond Perrier.)

Au voisinage des limites de la germination dans les graines de Lepidium sativum, par PIERRE LESAGE. Extrait de la *Revue générale de Botanique*, t. XXIX (1917), p. 97. Paris, Librairie générale de l'enseignement, 1917; 1 fasc. in-8°.

Courants électriques, courants hydrauliques, par A. DESPAUX. Paris, Alcan, 1914; 1 fasc. in-8°.

Qu'est-ce que l'électricité? Qu'est-ce que le magnétisme? par A. DESPAUX. Paris, Dunod et Pinat, 1917; 1 vol. in-8°.

Mémoires de l'Académie de Stanislas (1916-1917). Nancy, Berger-Levrault, 1917; 1 vol. in-8°.

Observatoire central de l'Indo-Chine. Service météorologique. *Régime pluviométrique de l'Indo-Chine*, par G. LE CADET. Hanoï-Haïphong, Imprimerie d'Extrême-Orient, 1917; 1 fasc. in-4°.

Étude photographique de l'amas d'étoiles Messier 67 : N. G. C. 2682; 1900,0 ($8^h 45^m 58^s + 12^\circ 11' 6''$) et ($7^h 37^m 9^s, 71 - 14^\circ 35' 57'', 7$), par le R. P. S. CHEVALIER. Extraits des *Annales de l'Observatoire de Zé-Sé*, t. VIII, 1912, et t. IX, 1913. Chang-haï, Zi-ka-wei, imprimerie de T'ou-sè-wè, s. d.; 2 fasc. in-4°.

(A suivre.)